

Quark Gluon Plasmaet — den perfekte væske vi ikke kan forstå

P. Christiansen (Lunds Universitet)

2. september 2014

Resumé

Ved Large Hadron Collider på CERN er 1 måned om året afsat til et tungionsprogram hvor man kolliderer store atomkerner. Målet for dette program er at studere det såkaldte Quark Gluon Plasma¹ (QGP), en makroskopisk ny tilstand for kvarker med stærke kollektive egenskaber. I det tidlige univers skete der mikrosekunder efter Big Bang en faseovergang hvor kvarkerne gik fra at udgøre et QGP til at blive indespærret i protoner og neutroner². Det er denne oprindelige QGP-fase vi genskaber i laboratoriet og som har vist sig at have mange overraskende egenskaber bl.a. at den opfører sig som den mest perfekte væske vi kender til.

For at forstå Quark Gluon Plasmaet må vi starte med at beskrive den stærke kraft som er en af de fire fundamentale kræfter. Hvor den velkendte elektromagnetiske (EM) kraft kobler til elektrisk ladning og

medieres af fotoner, så kobler den stærke kraft til farveladning og medieres af gluoner. Der er 3 forskellige typer farveladning (rød, grøn og blå) og det er kun kvarkerne og gluonerne som bærer farveladning dvs. disse er de eneste partikler som kan vekselvirke stærkt. En proton består af 2 up (op) og 1 down (ned) kvark med hver af de 3 farveladninger så protonen i sig selv er farve-neutral. Protonen er bundet sammen ved at kvarkerne udveksler gluoner (glue betyder lim på engelsk). Anti-kvarker bærer anti-farve: anti-rød, anti-grøn eller anti-blå. Vi har aldrig observeret farveladede partikler direkte så man siger at kvarkerne (farveladninger generelt) er confined (indespærret) i farve-neutrale hadroner. Der findes to typer hadroner: baryoner som består af 3 kvarker (f.eks. protonen) eller anti-kvarker (f.eks. anti-protonen) og mesoner som består af en kvark (farve) og en anti-kvark (med modsvarende anti-farve) som f.eks. π -mesonen der er den letteste hadron, 7 gange lettere end protonen³, og derfor er den partikel der produceres flest af i hadronkollisioner.

I mikroskopiske teorier for kræfter er de

¹På dansk bruger man kvark i stedet for quark, men da al anden litteratur snakker om QGP bruger vi også det engelske ord quark her.

²Se f.eks. J. J. Gaardhøje “Kvark-gluon plasma i det tidlige univers” i KVANT nr. 4, 2010.

³ π -mesoner er ustabile. De to ladede π -mesoner henfalder til en muon og en muon-neutrino, mens den neutrale henfalder til to fotoner.

overordnet set karakteriseret ved massen af den type partikel der udveksles (0 for både fotoner og gluoner) og styrken hvormed de kobler til ladninger: for EM er koblingen proportional med finstrukturkonstanten $\alpha_{EM} \approx 1/137$, mens for den stærke kraft er den typisk $\alpha_{stærk} \approx 1$. Normalt bruger man et matematisk trick til at løse de teoretiske ligninger hvor man laver en Taylor-agtig ekspansion i α , men det fungerer typisk ikke for den stærke kraft da højere ordens led ikke kan negliceres. Dvs. at selvom vi kender den eksakte form af den stærke kraft kan vi typisk ikke løse selv ganske simple problemer (f.eks. hvordan kvarkerne er indespærret i protonen) og det er derfor området er så vigtigt og overraskende at udforske.

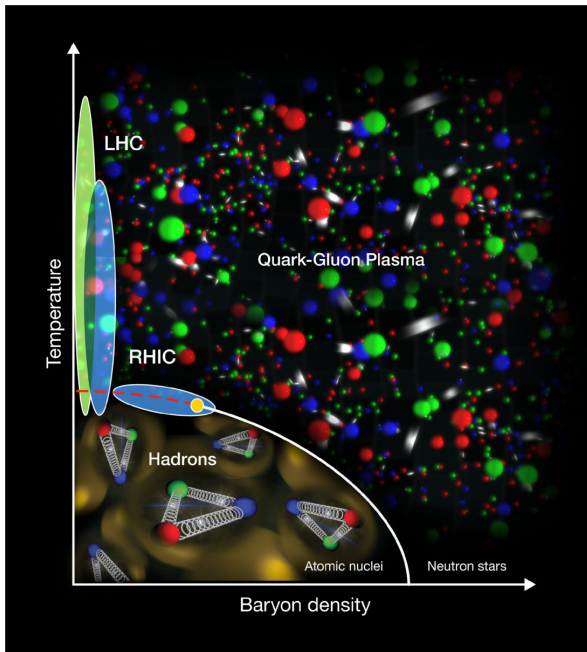
Nu viser det sig at α ikke er konstant. I det tomme rum opstår virtuelle partikel-antipartikel par hele tiden. De lever i så kort tid at de ikke kan måles direkte pga. Heisenbergs usikkerhedsrelation dvs. $\Delta E \cdot \Delta t < \hbar$, men påvirker indirekte målingerne af normale partikler. Hvis der er en negativ elektrisk ladning så vil positivt ladede virtuelle partikler være nærmere denne end de virtuelle negativt ladede partikler. På den måde screenes ladningen af de virtuelle par og den ladningsstyrke vi observerer afhænger derfor af med hvilken opløsning vi observerer: ved en bølgelængde som er ca. 100 gange mindre end protonens radius observerer vi omtrent 10% stærkere ladning (α_{EM}) i overensstemmelse med teorien. For den stærke kraft er der en twist fordi gluoner også bærer farve (de 8 forskellige gluoner bærer en farve og anti-farve f.eks. rød-anti-blå), og derfor (modsat fotoner) kan vekselvirke med andre gluoner. De virtuelle gluon fluktuationer viser sig at anti-screenes, så $\alpha_{stærk}$ på små afstande bliver lille (asymptotisk fri-

hed), mens den på store afstande bliver stor (confinement). Ved en bølgelængde som er 100 gange mindre end protonens radius observerer vi at farveladningen er ca. 10 gange mindre ($\alpha_{stærk} \approx 0.1$) i overensstemmelse med teorien.

At gluoner er farvede og kobler stærkt betyder også at de farve-elektriske felter for 2 ladninger ikke er additive! Det viser sig at hvis man har en rød kvark og en anti-rød anti-kvark så vil feltet mellem dem på store afstande, f.eks. når man prøver at skille dem ad, blive næsten 1-dimensionalt og man får en farve-streng mellem dem som det kræver en konstant kraft at strække. Den konstante kraft (1 GeV/fm) svarer til tyngdekraften på en 10 ton tung lastbil og er et af de billeder vi har til at beskrive confinement og forklare hvorfor man ikke kan observere en fri kvark.

1 Quark Gluon Plasmaet

Den teori for kvarker og gluoner som lige er blevet ridset op hedder QCD (Quantum ChromoDynamics — kvantefarvedynamik). Hvis man vil studere QCD i confinement grænsen er man nødt til, da $\alpha_{stærk} \approx 1$, at bruge numeriske computersimuleringer kaldet Lattice QCD (LQCD) fordi beregningerne laves på et gitter. Ved hjælp af LQCD simuleringer kan man beregne at hvis man varmer kvarkerne op til omkring 170 MeV (100,000 gange temperaturen i solens kerne) så vil der ske en faseovergang til en ny fase hvor kvarkerne og gluonerne er i et plasma (deconfined) kaldet QGP, se figur 1. I denne tilstand kan vi altså studere et medie af kvarker og gluoner, som er QCDs fundamentale frihedsgrader, og prøve at forstå



Figur 1: QCD fase-diagram [1]. I både det tidlige univers og ved LHC er der stort set lige mange baryoner og anti-baryoner så man bevæger sig effektivt set langs y -aksen ($x \approx 0$) hvor faseovergangen er anden ordens og sker ved en temperatur på ca. 2,000,000,000,000 K.

teorien bedre.

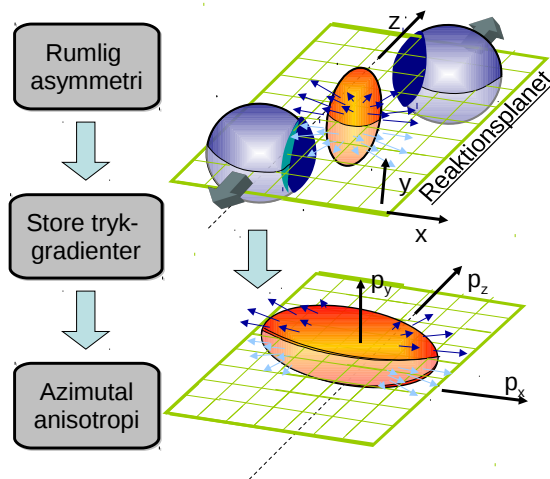
Når vi genskaber QGP-fasen (mediet) i laboratoriet bruger vi tunge/store (næsten) sfæriske atomkerner som bly (Pb) og guld (Au) der accelereres til høje energier og smadres sammen så vi får et område i centrale stød som er stort, radius $\approx 5-7$ fm, sammenlignet med den typiske hadroniske radius ≈ 1 fm. Den primære proces der sker i sammenstødene er at der udveksles farveladning mellem kvarker og gluoner i de 2 kerner men ikke en egentlig nedbremsning — de 2 kerner er gennemsigtige for hinan-

den. Når kernerne bevæger sig væk fra hinanden ophobes der energi i farve-strengene fordi de strækkes. Til sidst er der blevet tilføjet så meget energi at strengene “knækker” ved at der produceres nye kvarker og tilsvarende antal anti-kvarker (Lund String Model [2]). I sjældne tilfælde sker det at en kvark (eller gluon) i en kerne støder direkte sammen med en kvark (eller gluon) i den anden kerne. I disse stød kommer kvarkerne meget tæt på hinanden så $\alpha_{\text{stærk}}$ er derfor lille (asymptotisk frihed) og vi kan beregne processen. Der kan ske det at de bliver slynget ud med meget stor energi ryg-mod-ryg (pga. impulsbevarelse). Når disse kvarker eller gluoner bevæger sig væk fra hinanden dannes der igen farve-strengene og man får et kollimeret sprøjt af hadroner kaldet jets som kan observeres i detektoren. Det er primært ved hjælp af disse jets at man har studeret QCD i laboratoriet ⁴.

Målet med vores eksperimenter er nu at se om der dannes et Quark Gluon Plasma og at måle dets egenskaber. Problemet er at i sluttilstanden er der kun normale hadroner så det er ud fra dem vi skal forsøge at bestemme hvad der skete undervejs i forløbet. I næste sektion vil vi specielt fokusere på de kollektive egenskaber, men her kommer lidt mere overordnede eksperimentelle resultater. ALICE (A Large Ion Collider Experiment) er en af de 4 store detektorer ved Large Hadron Collideren (LHC) på CERN. I de mest centrale stød har ALICE målt at

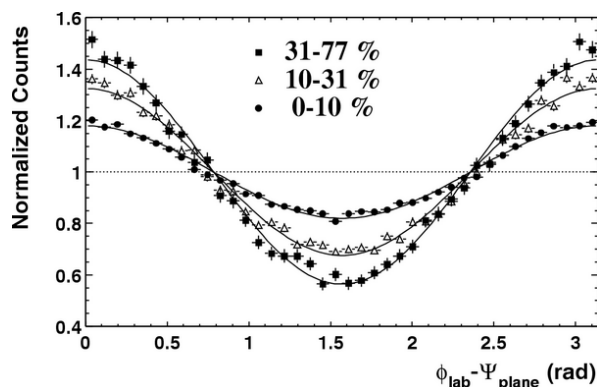
⁴I endnu sjældnere tilfælde kan man i stedet for jets producere nye partikler og det er de kollisioner som de andre eksperimenter ved LHC er mest interesserede i at studere. F.eks. sker det i ca. en ud af titusind milliarder kollisioner ved LHC at man producerer en Higgs boson, se Troels C. Petersens artikel i KVANT nr. 2, 2014.

der produceres ca. 17,000 ladede partikler (bevægelsesenergien omdannes til masse via $E = mc^2$) ved hjælp af den NBI byggede FMD detektor [3]. Jet partikler der dannes i mediet taber energi (jet quenching) som svarer til at de skal trække en lastbil efter sig ($\approx 1 \text{ GeV/fm}$) så det skabte medie består af stærkt vekselvirkende farveladninger. Bundne tilstande af tunge kvarke disassocierer (f.eks. J/ψ , Υ) og ved LHC ser vi for første gang beviser for at disse tilstande (J/ψ) gendannes ved statistisk rekombination når QGP-fasen hadroniserer.



2 Den perfekte væske

I 2000 startede en ny accelerator, Relativistic Heavy Ion Collider (RHIC), ved Brookhaven National Lab uden for New York i USA. I 2001 kom de første overraskende resultater: man målte enorme kollektive egenskaber som var i overensstemmelse med næsten ideelle hydrodynamiske beregninger. I ikke centrale stød udgør det område hvor de 2 kerner overlapper næsten en ellipsoide, se figur 2. Hvis der ikke dannes et medie i kollisionen forventer man at den rumlige fordeling af partikler er homogen så partiklerne udsendes i vilkårlige retninger. Hvis der i stedet dannes et medie og dette medie ekspanderer som en væske, dvs. udvidelsen følger gradienterne af energi-tæthed, så vil man få en asymmetrisk fordeling af partiklerne i sluttstanden, et elliptisk flow, sådan at partikler som udsendes i “reaktionsplanet” får et større skub end dem som udsendes vinkelret på det. Man karakteriserer flow ved hjælp af Fourierkoefficienter. Elliptisk flow (v_2) er af anden orden sådan at den azimutale fordeling af partik-



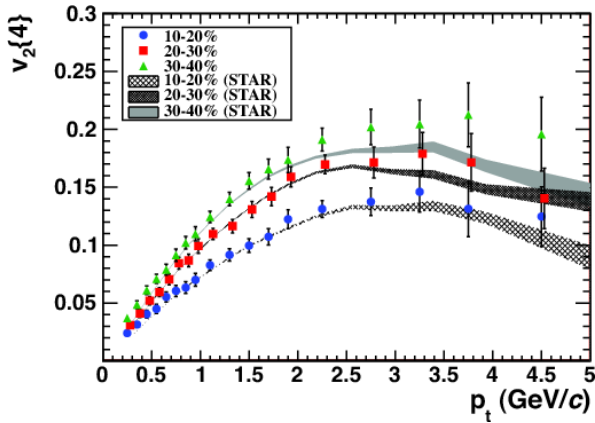
Figur 2: Øverst: illustration af hvordan den rumlige asymmetri i startilstanden omdannes til en impulsasymmetri, elliptisk flow, i sluttstanden. Den nederste figur viser data fra STAR som er brugt til at bestemme v_2 ud fra reaktionsplanet ($2 < p_T < 6 \text{ GeV}/c$). Det elliptiske flow v_2 er ca. 0.1 for de mest centrale stød (0-10%) og 0.2 for de mest perifere stød (31-77%) [4].

ler, $f(\varphi)$, er givet ved:

$$f(\varphi) \propto 1 + 2v_2 \cos(2\varphi), \quad (1)$$

hvor φ er den azimutale vinkel i forhold til reaktionsplanet.

Indtil da havde man forestillet sig at QGP-fasen ville opføre sig som en gas pga. asymptotisk frihed. Beregninger af energitætheden i QGP-fasen, ved hjælp af LQCD, viser også at denne er tæt på Stefan-Boltzmann grænsen for en relativistisk gas af kvarker og gluoner. Det var derfor en stor overraskelse at man pludselig havde beviser for at et medie blev dannet og at det havde egenskaber der tydede på meget stærke iboende korrelationer.



Figur 3: Det elliptiske flow v_2 som funktion af transversal impuls, p_T , ved LHC (ALICE, de farvede punkter) og RHIC (STAR, de grålige kurver) for 3 centralitets-klasser [5].

Nu vil vi diskutere resultaterne i figur 2 og 3. Geometrien i enhver tungionskollision er primært bestemt af stødparameteren dvs. den korteste afstand mellem centrene for de to kerner i kollisionen. Hvis denne afstand er meget lille siger vi at kollisionen er central og det er primært disse kollisioner vi ønsker at studere for det er de voldsomste kollisioner hvor næsten alle proto-

ner og neutroner støder sammen. Geometrien af disse kollisioner er næsten sfærisk så det elliptiske flow er større når vi undersøger mere perifere kollisioner. Kvantitativt snakker man om centralitet og 0-10% betyder de 10% af alle kollisioner som har mindst stødparameter. Man kan ikke direkte måle stødparameteren men bruger typisk den totale afsatte mængde energi i en detektor som et mål for aktiviteten og estimerer centraliteten derudfra. Boksen “hvordan man måler flow” diskuterer i stor detalje de avancerede tekniker som er blevet udviklet til at bestemme v_2 . Typisk måler man v_2 som funktion af den transversale impuls, p_T , som inden kollisionen er 0. Den målte transversale impuls er derfor et resultat af kollisionen og flow vil give et transversalt impulsskub⁵ så det er ikke mærkeligt at flow i starten vokser med p_T . Ved høje p_T måler man også partikler fra jets som ikke er en del af det skabte medie så v_2 aftager og får ved meget høje p_T , hvor der kun er partikler fra jets, en ny fortolkning relateret til jet quenching.

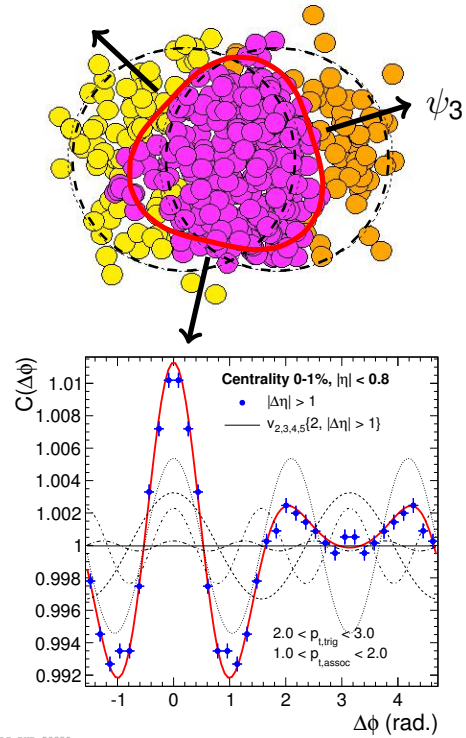
Vi kan nu kvalitativt forstå hvordan v_2 opfører sig som funktion af p_T og centralitet i figur 3. Endelig bemærker vi at på trods af at ALICE ved LHC måler ved en kollisionens energi som er ca. 14 gange større end den som STAR har haft ved RHIC finder næsten de samme resultater. Det skyldes at den relative geometri stort set er den samme og hvis mediet derfor har de samme egenskaber bliver v_2 målt som funktion af p_T stort set den samme. Resultatet kan synes lidt kedeligt men inden det kom frem var der faktisk

⁵Generelt er dette skub større for tungere partikler så v_2 for protoner har et højere maksimum end v_2 for pioner.

både ideer, baseret på asymptotisk frihed, om at flowet skulle aftage “fordi man endelig ved LHC kom ind i gas fasen” og naive ekstrapolationer som antydede at flow skulle vokse voldsomt. Så resultatet slog fast at man ser det samme medie ved RHIC og LHC.

3 Triangulært flow

I 2005 påviste PHOBOS eksperimentet ved RHIC at for at forstå det elliptiske flow i perifere kollisioner var man nødt til at tage højde for de fluktuationer der skyldes at kernerne består af individuelle kernepartikler med en statistisk fordeling. Det betyder at i teoretiske beregninger er reaktionsplanet, som er parallelt med stødparametervektoren, ikke altid det rigtige plan at bruge, men man er i stedet nødt til at bruge det egentlige symmetriplan for de protoner og neutroner der støder sammen når man skal beregne flow (den vinkel man skal bruge for Ψ_2 , se boksen “hvordan man måler flow”). I 2010 skete det største paradigmeskift da to eksperimentelle fysikere, Alver og Roland [6], kunne påvise at triangulært flow (trekantsflow) spillede en stor rolle i centrale kollisioner. Teoretikere havde i 20 år argumenteret for at de ulige Fourierkoefficienter var 0 pga. symmetri, men Alver og Roland viste at de fluktuationer, som PHOBOS havde påvist vigtigheden af, også spillede en stor rolle i centrale kollisioner, se figur 4, og at de ulige koefficienter faktisk kunne være ganske store. ALICE viste at man ved at gå til de mest centrale kollisioner som er næsten sfæriske kunne undertrykke v_2 og dermed direkte observere trekants korrelationer i to-partikel



Figur 4: Triangulært flow. Øverst: fluktuationer kan give anledning til en triangulæritet i det medie der skabes. Nederst til højre: ved at gå til de 1% mest centrale stød kan man undertrykke v_2 og se trekants korrelationerne direkte i 2-partikel korrelationerne dvs. at toppene er ved 0, $2/3\pi$ og $4/3\pi$ radianer (0, 120, og 240 grader). Bemærk at den røde kurve er summen af de tynde sorte kurver som er *beregnet* ud fra flowkoefficienterne v_2, v_3, v_4, v_5 [7].

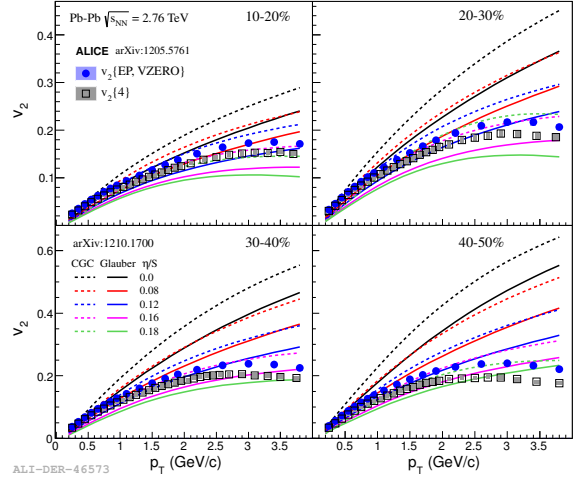
korrelationsfigurer, se figur 4.

I 2011 blev alle disse nye flowkoefficienter målt og man kunne sammenligne med teoretiske beregninger. Det der umiddelbart var fantastisk var at de samme modeller som man havde brugt til at beskrive v_2 med også kunne beskrive alle de nye

flowkoefficienter med nogenlunde samme præcision. I næsten 10 år havde man troet at trekants korrelationerne skyldtes 2 effekter: et kollektivt boost mellem partikler med samme retning (en “højderyg” ved 0 grader) og en Mach-agtig chokbølge relateret til jet quenching i modsat retning (ved 120 og 240 grader). På ganske kort tid blev det klart at alle disse fænomener kunne forklares meget mere præcist og simple med flow.

På den teoretiske side har man i løbet af de sidste 10 år udviklet korrektioner til ideel relativistisk hydrodynamik, se bl.a. [9], og man kan nu sammenligne disse beregninger med data, se figur 5. Da de observerede data er tæt på de ideelle hydrodynamiske beregninger ved man at korrektionerne er små. I beregningerne er korrektionerne givet ved den dynamiske viskositet normaliseret til entropitætheden kaldet η/s . Korrektionerne gør at flowgradienterne bliver mindre i mediet og da der er mange flere partikler ved lav p_T betyder det at specielt ved høj p_T bliver v_2 reduceret. Det viser sig at de værdier for η/s som er konsistente med data er de mindste man nogensinde har målt og derfor siger vi at QGP opfører sig som den mest perfekte væske vi kender. Præcisionen af beregningerne er primært bestemt af usikkerhederne i den teoretiske forståelse af den initiale geometri. Denne usikkerhed skyldes at man forventer saturerings-/overlap-effekter af de mange farvestreng⁶, men at størrelsen af disse ikke er indsnævret præcist nok af data endnu.

⁶Den mest populære satureringsmodel er Color Glass Condensate (CGC) modellen, se bl.a. [11].



Figur 5: Elliptisk flow sammenlignet med relativistisk hydrodynamik beregninger med varierende η/s for to typer initial geometri: en direkte superposition af nukleonerne (Glauber) og med satureringseffekter pga. overlap (CGC) [8, 10]. Bemærk at $\eta/s = 0.08$ sandsynligvis er den lavest mulige værdi en væske kan have ifølge AdS-CFT og Heisenbergs usikkerhedsrelation.

Det sidste store emne som man studerede var flowfluktuationer, hvor det viste sig at disse næsten 1-til-1 er givet ved de geometriske fluktuationer i initialtilstanden.

Lad os prøve at sammenfatte i ord hvorfor disse resultater er så spektakulære. Man kolliderer kerner og opnår temperaturer 100,000 gange temperaturen i solens kerne. Normalt ville man naivt forvente at fysikken primært er drevet af faserummet (entropi). I stedet måler man at fluktuationer på kernepartikel niveau i de allerførste kerne kollisioner bevares gennem hele processen og er synlige i slutttilstanden som azi-

mutale variationer i impulsrummet, og at den transformation er næsten perfekt beskrevet af ideel hydrodynamik. Det betyder altså at dynamikken i QGP-fasen næsten er reversibel og tyder på et system med utroligt stærke indbyggede korrelationer.

Nu sidder der måske nogle og tænker: hvor perfekt er den væske egentlig? Det overraskende er at QGP er den mest perfekte væske vi kender. Den næstmest perfekte væske er lavet med ultrakolde ($T \ll 1$ K) fermioniske Litium-6 atomer som man har tunet til at vekselvirke meget stærkt ved hjælp af en Feshbachresonans og som man slipper løs fra en asymmetrisk laserfælde [12]. Ved at analysere de optiske data kan man ekstrahere η/s og bestemme at den er noget større end for QGP-fasen.

4 Kan strengteori beskrive QGP?

Endnu er der ikke en QCD forklaring på hvorfor QGP opfører sig som en væske og hvordan kvarkerne og gluonerne organiserer sig selv i QGP-fasen. Det viser sig at man måske kan få hjælp fra uventet side. Den mest citerede partikelfysikartikel nogensinde ($\approx 10,000$ citationer) postulerer den såkaldte Maldacena AdS-CFT konjektur der siger at man kan beregne ting som er stærkt koblet (koblingskonstant $\alpha \approx 1$) i en QCD-lignende partikelteori (CFT) i en dual svagt koblet ($\alpha \ll 1$) kvantegravitetsteori (AdS) [13]. Charlotte Fløe har tidligere skrevet i KVANT (nr. 3, 2009) om arbejdet med at bevise AdS-CFT konjekturen. Det er vigtigt her at nævne at disse QCD teorier generelt har egenskaber som er

meget anderledes end QCD bl.a. uendeligt antal farver, en koblingskonstant som virkelig er konstant, supersymmetri og ingen confinement.

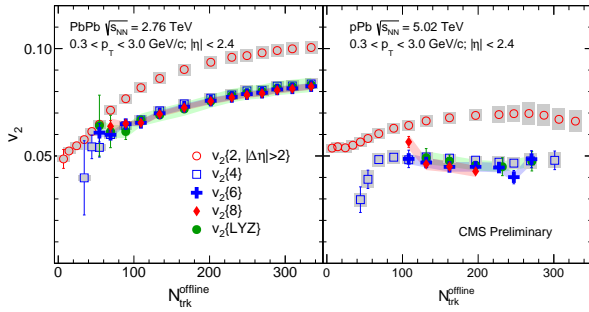
For AdS-CFT kan man vise at alle disse QCD-lignende teorier har en ekstraordinær lav $\eta/s = 1/(4\pi)$. Det er blevet påstået at det er et universel laveste grænse⁷ da det er tæt på hvad man forventer alene pga. Heisenbergs usikkerhedsrelation. Man kan med samme teorier forklare at man sagtens kan have systemer med energitætheder tæt på Stefan-Boltzmann grænsen (op til $\approx 75\%$) med en vilkårligt stærk vekselvirken så der ikke er et misforhold mellem Lattice QCD beregninger og de eksperimentelle resultater. Slutteligt kan man vise at signaler kan propagere med lysets hastighed i mediet — en indsigt der måske kan forklare hvordan systemet kan organisere sig så smidigt at det ikke genererer entropi under ekspansionen.

Der er andre forudsigelser fra AdS-CFT som man er ved at teste, og det er for tidligt at sige om det er teorien der endelig skal give den dybe fundamentale indsigt i Quark Gluon Plasmaet.

5 Et nyt paradigme?

I slutningen af 2012 og starten af 2013 har LHC kørt et intensivt proton-bly program. Det var mest en formalitet da sådanne data er vigtige for fortolkningen af visse bly-bly data. Det har imidlertid vist sig at der også i disse stød er flow-lignende effekter, se figur 6 hvor v_2 er bestemt i de kollisioner med allerhøjest aktivitet. Der er flere

⁷Man kan dog godt finde teorier med noget lavere η/s



Figur 6: CMS præliminære resultater for v_2 i bly-bly (venstre) og proton-bly stød (højre) som funktion af multipliciteten i dektoren [14].

forskellige mulige forklaringer på fænomenet. Det kan skyldes at der dannes et egentligt hydrodynamisk system. Det kan skyldes gluonkorrelationer i kernens bølgefunktion. Undertegnede er også selv kommet med et bud baseret på at der faktisk er flow-agtige korrelationer i de fleste proton-proton generatorer som er implementeret ved at farvestrengene kan rekonfigurere sig selv for at minimere “længden” [15]. Der er mange andre resultater som også tyder på at der er flow i små systemer, men på den anden side har man teoretisk altid set at de bedste teorier for bly-bly ikke beskriver data specielt godt når man går til meget perifere kollisioner, så de nye resultater er i kontrast til det billede man indtil nu har opbygget.

Generelt er små systemer svære at modellere med hydrodynamik fordi man ikke har en god forståelse af den initiale geometri og fordi mange af de approksimationer som kan virke rimelige for store systemer virker urimelige for små systemer hvor alt synes at være nær randen. Så det er ikke let at blive enige om hvordan man kan falsifi-

cere de forskellige ideer.

6 Konklusion

Eksperimentel Quark Gluon Plasma fysik har leveret utroligt mange spændende resultater som kan beskrives med effektive teorier, men som af naturlige årsager savner en fundamental teoretisk forklaring. Væskeegenskaberne er i mine øjne det største resultat indtil videre, men det er både spændende og udfordrende at man nu også observerer lignende effekter i små systemer. Skyldes det at de væskelignende egenskaber er en generel QCD effekt eller er der forskellige forklaringer på de to fænomener?

LHC starter op igen i 2015 og flow i små systemer er nok det hotteste emne lige nu inden for QGP-fysikken og det som der vil være mest fokus på at studere med de nye data. Resultaterne af disse studier vil få enorm betydning for vores forståelse af den stærke kraft (QCD) og kan måske endda ændre vores opfattelse af protoner og neutroner.

Hvordan man måler flow

Vi antager at sandsynlighedsfordelingen for partiklerne er:

$$f(\varphi) \propto 1 + 2v_2 \cos[2(\varphi - \Psi_2)], \quad (2)$$

hvor φ er den azimutale vinkel. Hvis Ψ_2 kendes, kan v_2 bestemmes som:

$$v_2 = \langle \cos[2(\varphi - \Psi_2)] \rangle, \quad (3)$$

hvor $\langle \rangle$ angiver at det er et gennemsnit (typisk laver man 2 gennemsnit: først

over de målte spor i en enkelt kollision og derefter over gruppen af kollisioner). Hvis man ikke kender Ψ_2 kan den bestemmes i hver event som $\Psi_2 = \tan^{-1}[\langle \sin(2\varphi) \rangle / \langle \cos(2\varphi) \rangle] / 2$ og man kalder denne metode Event Plane metoden og skriver $v_2\{EP\}$ (det er den metode som er vist i figur 2). Men det betyder at vores resultater bliver afhængige af opløsningen af Ψ_2 . Det kan undgås ved at studere 2-partikel korrelationer:

$$\begin{aligned}
\langle \cos[2(\varphi_1 - \varphi_2)] \rangle &= \text{Re} \langle e^{i2(\varphi_1 - \varphi_2)} \rangle \\
&= \text{Re} \langle e^{i2(\varphi_1 - \Psi_2 - \varphi_2 + \Psi_2)} \rangle \\
&\approx \text{Re} [\langle e^{i2(\varphi_1 - \Psi_2)} \rangle \langle e^{i2(\varphi_2 - \Psi_2)} \rangle] \\
&= \langle \cos[2(\varphi_1 - \Psi_2)] \rangle \langle \cos[2(\varphi_2 - \Psi_2)] \rangle \\
&= v_2^2,
\end{aligned} \tag{4}$$

hvor gennemsnittet er over alle par og antagelsen i 3. linie er at der ingen direkte korrelationer er mellem partikel 1 og 2 men kun den indirekte korrelation med anden-ordens symmetriplanet Ψ_2 . På den måde bestemmes 2-partikel korrelationsfaktoren $\langle 2 \rangle = \langle \cos[2(\varphi_1 - \varphi_2)] \rangle$ og vi skriver $v_2\{2\} = \sqrt{\langle 2 \rangle}$. På samme måde kan man nu bestemme 4-partikel korrelationsfaktoren $\langle 4 \rangle = \langle \cos[2(\varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_3 - \varphi_4)] \rangle$ og bestemme $v_2\{4\} = \sqrt[4]{-\langle 4 \rangle + 2\langle 2 \rangle^2}$ som er specielt smart fordi den korrigerer for 2-partikel korrelationer som f.eks. skyldes partikelhenfald.

Problem med $\langle 4 \rangle$ er at hvis man har f.eks. 1000 spor i hver kollision så tager algoritmen for lang tid at køre. Tricket er at definere $Q_n = \sum_{\text{spor}} e^{in\varphi}$ med

hvilken det er let at vise at:

$$\langle 2 \rangle = \frac{|Q_2|^2 - M}{M(M-1)} \tag{5}$$

og sværere at vise at:

$$\begin{aligned}
\langle 4 \rangle &= \frac{|Q_2|^4 + |Q_4|^2 - 2 \cdot \text{Re}[Q_4 Q_2^* Q_2^*]}{M(M-1)(M-2)(M-3)} \\
&\quad - 2 \frac{2(M-2) \cdot |Q_2|^2 - M(M-3)}{M(M-1)(M-2)(M-3)}
\end{aligned} \tag{6}$$

så man helt undgår “nested loops”.

Det var Ante Bilandzic som er Postdoc i HEHI gruppen ved NBI som var med til at finde frem til disse og mange flere analytiske resultater [16].

Litteratur

- [1] B. V. Jacak and B. Muller, Science **337**, 310 (2012).
- [2] B. Andersson, G. Gustafson, G. Ingelman and T. Sjostrand, Phys. Rept. **97**, 31 (1983).
- [3] E. Abbas *et al.* [ALICE Collaboration], Phys. Lett. B **726**, 610 (2013).
- [4] C. Adler *et al.* [STAR Collaboration], Phys. Rev. Lett. **90**, 032301 (2003).
- [5] K. Aamodt *et al.* [ALICE Collaboration], Phys. Rev. Lett. **105**, 252302 (2010).
- [6] B. Alver and G. Roland, Phys. Rev. C **81**, 054905 (2010).

- [7] K. Aamodt *et al.* [ALICE Collaboration], Phys. Rev. Lett. **107**, 032301 (2011).
- [8] B. Abelev *et al.* [ALICE Collaboration], Phys. Lett. B **719**, 18 (2013).
- [9] M. Luzum and P. Romatschke, Phys. Rev. C **78**, 034915 (2008) [Erratum-*ibid.* C **79**, 039903 (2009)].
- [10] V. Roy, B. Mohanty and A. K. Chaudhuri, J. Phys. G **40**, 065103 (2013).
- [11] E. Iancu, A. Leonidov and L. D. McLerran, Nucl. Phys. A **692**, 583 (2001).
- [12] K. M. O'Hara, S. L. Hemmer, M. E. Gehm, S. R. Granade and J. E. Thomas, Science **298**, 2179 (2002).
- [13] J. M. Maldacena, Adv. Theor. Math. Phys. **2**, 231 (1998).
- [14] CMS Collaboration [CMS Collaboration], CMS-PAS-HIN-14-006.
- [15] A. Ortiz Velasquez, P. Christiansen, E. Cuautle Flores, I. Maldonado Cervantes and G. Paic, Phys. Rev. Lett. **111**, no. 4, 042001 (2013).
- [16] A. Bilandzic, R. Snellings and S. Voloshin, Phys. Rev. C **83**, 044913 (2011).